# Matematika

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projektekben mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

**A tanulás kompetenciái:** A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

**A kommunikációs kompetenciák:** A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

**A digitális kompetenciák:** A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményezőkészség, másokkal való együttműködés készsége).

## 5–6. évfolyam

Az 5–6. évfolyam tanulásmódszertani szempontból átmenetet képez az alsó tagozat játékos, tevékenykedtető, felfedeztető módszerei és a matematika elméleti ismereteinek befogadását jelentő tanulási módszerek között. Továbbra is fontos szerepet játszik a szemléltetés, az eszközök használata. Elvárható a szerzett tapasztalatok értelmezése, rendszerezése, néhány területen az általánosítás lehetőségének felfedezése és megfogalmazása. A kezdeti, saját szavakkal történő megfogalmazásokat fokozatosan felváltja a matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések használata. Gyakorlati helyzetekben megjelenik a szakmai vita és az érvelés igénye.

Az 5–6. évfolyamon tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: *Halmazok; Matematikai logika, kombinatorika; Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek; Alapműveletek természetes számokkal; Egész számok, alapműveletek egész számokkal; Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok; Alapműveletek közönséges törtekkel; Alapműveletek tizedes törtekkel; Arányosság, százalékszámítás; Egyszerű szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése; Sorozatok; Mérés és mértékegységek; Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgeometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás*. A témák egy része nemcsak az aktuális terület megalapozását jelenti a megadott óraszámban, hanem megjelenik más fejezetekben is, az eszközrendszer folyamatos gyarapodását biztosítva. Bővül a szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása során alkalmazható modellek köre is.

A szemléltetést és a megértést a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

Az 5–6. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszáma: 272 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **Javasolt óraszám** |
| **Halmazok** | 10 |
| **Matematikai logika, kombinatorika** | 10 |
| **Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek** | 20 |
| **Alapműveletek természetes számokkal** | 16 |
| **Egész számok; alapműveletek egész számokkal** | 18 |
| **Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok** | 18 |
| **Alapműveletek közönséges törtekkel** | 18 |
| **Alapműveletek tizedes törtekkel** | 14 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 20 |
| **Egyszerű szöveges feladatok** | 20 |
| **A függvény fogalmának előkészítése** | 10 |
| **Sorozatok** | 8 |
| **Mérés és mértékegységek** | 16 |
| **Síkbeli alakzatok** | 18 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 20 |
| **Térgeometria** | 16 |
| **Leíró statisztika** | 10 |
| **Valószínűség-számítás** | 10 |
| **Összes óraszám:** | 272 |

Témakör: **Halmazok**

Javasolt óraszám: **10 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
* részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
* véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
* számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
* Halmazábra készítése
* Számhalmazok szemléltetése számegyenesen
* Részhalmazok felismerése ábráról
* Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

### Fogalmak

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

### **Javasolt tevékenységek**

* Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
* Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak…) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése
* Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, … elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása  
  Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra
* Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán   
  A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
* Játék logikai készlettel

Témakör: **Matematikai logika, kombinatorika**

Javasolt óraszám: **10 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
* tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
* a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
* összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
* Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
* Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
* A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
* Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
* Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal
* Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása
* Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

### Fogalmak

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

### **Javasolt tevékenységek**

* „Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
* „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
* Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére
* „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
* „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
* Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése
* Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában

Témakör: Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek

Javasolt óraszám: **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben;
* meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
* ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;
* ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
* a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül
* Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében
* Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M
* Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása
* 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása
* A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint

### Fogalmak

helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös

### **Javasolt tevékenységek**

* Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, … címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről
* Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?
* Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték
* „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak
* Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, … oldalú hasábra felcsavart számegyenes segítségével
* „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább

Témakör: **Alapműveletek természetes számokkal**

Javasolt óraszám: **16 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* írásban összead, kivon és szoroz;
* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
* a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
* a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
* Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban
* Írásbeli osztás algoritmusa kétjegyű természetes számmal
* Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében
* Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### Fogalmak

összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

### **Javasolt tevékenységek**

* Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal
* Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével  
  „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
  Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
  Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

Témakör: **Egész számok; alapműveletek egész számokkal**

Javasolt óraszám: **18 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
* a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
* a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
* ismeri az egész számokat.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet
* Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
* Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során
* Alapműveletek elvégzése az egész számok körében
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
* Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### Fogalmak

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

### **Javasolt tevékenységek**

* Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal
* Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen
* Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
* Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (–10)-től (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
* Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
* Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha … ?”
* Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságodat; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
* Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
* Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

Témakör: **Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok**

Javasolt óraszám: **18 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
* érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
* megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
* Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
* Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
* Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
* Számok ábrázolása számegyenesen

### Fogalmak

közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

### **Javasolt tevékenységek**

* Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése  
  Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel  
  Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecsúsztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)
* Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése  
  A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása  
  Egyenlő és különböző törtek előállítása, összehasonlítása: játék az makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival
* A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)
* Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

Témakör: **Alapműveletek közönséges törtekkel**

Javasolt óraszám: **18 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* meghatározza konkrét számok reciprokát.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
* Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása
* Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* Kapott eredmény ellenőrzése

### Fogalmak

közös nevező, reciprok

### **Javasolt tevékenységek**

* Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére  
  „21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása   
  Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása   
  Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

Témakör: **Alapműveletek tizedes törtekkel**

Javasolt óraszám: **14 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
* írásban összead, kivon és szoroz;
* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
* a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
* a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
* Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
* Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### Fogalmak

kerekítés

### **Javasolt tevékenységek**

* Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével  
  „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz
* A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
  Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
  Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

Témakör: **Arányosság, százalékszámítás**

Javasolt óraszám: **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;
* ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
* idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
* Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
* Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
* Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
* Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
* Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával
* Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben

### Fogalmak

arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

### **Javasolt tevékenységek**

* Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
* Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel  
  Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges   
  A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén
* Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a ⅔ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az ⅓ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás
* Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése

Témakör: **Egyszerű szöveges feladatok**

Javasolt óraszám: **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold;
* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
* matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megoldását ellenőrzi.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
* Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
* A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
* A megoldás ellenőrzése
* Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

### Fogalmak

becslés, ellenőrzés

### **Javasolt tevékenységek**

* „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
* Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

Témakör: **A függvény fogalmának előkészítése**

Javasolt óraszám: **10 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátáival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
* A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
* Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben
* Egyenes arányosság grafikonjának felismerése

### Fogalmak

megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

### **Javasolt tevékenységek**

* A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése   
  Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal  
  A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
* Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny
* „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk
* Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése  
  „Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása

Témakör: **Sorozatok**

Javasolt óraszám: **8 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* sorozatokat adott szabály alapján folytat;
* néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
* Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban
* Sorozatok adott szabály szerinti folytatása
* Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

### Fogalmak

sorozat, számsorozat, szabály

### **Javasolt tevékenységek**

* Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
* Megkezdett ritmusgyakorlat megismétlése, tovább fűzése   
  Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása  
  „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
* A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában  
  Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal  
  A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

Témakör: **Mérés és mértékegységek**

Javasolt óraszám: **16 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
* egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
* Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
* Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben
* Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása
* Sokszögek területének meghatározása átdarabolással
* Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben
* Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

### Fogalmak

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

### **Javasolt tevékenységek**

* Szívószál-modellel szögtartományok kijelölése  
  Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata
* Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés össztérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...)  
  „Üreges testek” űrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása
* Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján  
  Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata…)  
  Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése
* Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
* Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
* Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

Témakör: **Síkbeli alakzatok**

Javasolt óraszám: **18 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
* ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
* ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
* ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
* a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
* ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
* ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
* ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint;
* felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
* Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
* Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
* Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
* Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség
* Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete
* Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint
* Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

### Fogalmak

síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet

### **Javasolt tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
* Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
* Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése  
  Szívószálból, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)
* Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése
* Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
* Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
* Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása
* Tangram játék

Témakör: **Transzformációk, szerkesztések**

Javasolt óraszám: **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
* geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
* ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
* felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
* ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
* felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
* a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
* ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
* Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
* Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása
* Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
* Alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése
* Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás
* Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
* Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

### Fogalmak

szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes

### **Javasolt tevékenységek**

* Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon  
  Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása
* Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével
* Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása
* Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

Témakör: **Térgeometria**

Javasolt óraszám: **16 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
* testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
* ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
* ismeri a gömb tulajdonságait;
* a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
* Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
* Testek közül gömb kiválasztása
* Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
* Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

### Fogalmak

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

### **Javasolt tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
* Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
* Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
* Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése
* Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben  
  Zsinóros térgeometriai modellek használata

Témakör: **Leíró statisztika**

Javasolt óraszám: **10 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
* adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
* különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
* megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
* konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)
* A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán
* A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén
* Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén
* Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
* Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

### Fogalmak

adat, diagram, átlag

### **Javasolt tevékenységek**

* Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
* Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

Témakör: **Valószínűség-számítás**

Javasolt óraszám: **10 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
* valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
* ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
* Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
* A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

### Fogalmak

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos ” esemény; „lehetetlen” esemény

### **Javasolt tevékenységek**

* Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
* Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád
* Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
* Bökős játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai
* 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
* „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
* „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

## 7–8. évfolyam

A 7–8. évfolyamon nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7–8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: ***Halmazok, számhalmazok****;* ***Matematikai logika, kombinatorika, gráfok****;* ***Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök****;* ***Arányosság, százalékszámítás****;* ***Szöveges feladatok előkészítése****;* ***Szöveges feladatok****;* ***A függvény fogalmának előkészítése****;* ***Síkbeli alakzatok****;* ***Transzformációk, szerkesztések****;* ***Térgeometria;******Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.*** Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

A 7–8. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszáma: 204 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb diák számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **Javasolt óraszám** |
| **Halmazok, számhalmazok** | 12 |
| **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok** | 18 |
| **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök** | 18+6 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 22+10 |
| **Szöveges feladatok előkészítése** | 16+6 |
| **Szöveges feladatok** | 22+18 |
| **A függvény fogalmának előkészítése** | 12+6 |
| **Síkbeli alakzatok** | 20+8 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 20+6 |
| **Térgeometria** | 20+8 |
| **Leíró statisztika** | 12 |
| **Valószínűség-számítás** | 12 |
| **Összes óraszám:** | 204+68=272 |

Témakör: **Halmazok, számhalmazok**

Javasolt óraszám: **12 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
* részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
* számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
* véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
* ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Halmazokba rendezés több szempont szerint
* Halmazábra készítése
* Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
* Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
* Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
* Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
* Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
* Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

### Fogalmak

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

### **Javasolt tevékenységek**

* Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
* Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
* Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, … elemű részhalmazok képzése  
  Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása  
  Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például A={paralelogrammák} halmaz részhalmaza B={rombuszok}, nem részhalmaza C={deltoidok}
* Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók  
  Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
* A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
* Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
* Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése  
  Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése

Témakör: **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok**

Javasolt óraszám: **18 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
* tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
* a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
* összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
* konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
* A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
* Egyszerű stratégiai és logikai játékok
* Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
* Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
* Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
* Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

### Fogalmak

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

### **Javasolt tevékenységek**

* „Bírósági tárgyalás” játék
* „Einstein-fejtörő” típusú játék
* „Rontó” játék
* NIM játék; táblás játékok
* Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
* Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
* Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
* Lehetséges útvonalak összeszámlálása
* Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
* Számkártyás feladatok megoldása
* Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
* Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

Témakör: **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök**

Javasolt óraszám: **18 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben;
* meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
* pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
* négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
* Összetett számok prímtényezős felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
* Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
* Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényezős felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
* Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása

### Fogalmak

prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke

### **Javasolt tevékenységek**

* Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
* Prímtényezős felbontás kirakása színes rudakkal
* Prímtényezős felbontás algoritmusának megmutatása
* „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
* Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezőkkel
* Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
* Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
* Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
* Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám

Témakör: **Arányosság, százalékszámítás**

Javasolt óraszám: **22 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
* idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
* Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
* Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
* Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
* Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
* A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
* Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

### Fogalmak

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

### **Javasolt tevékenységek**

* Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
* A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
* Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
* Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
* Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
* Projektmunka, például összejövetel, jótékonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
* Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel   
  Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
* A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
* Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

Témakör: **Szöveges feladatok előkészítése**

Javasolt minimum óraszám: **16 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
* egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
* egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
* Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
* Helyettesítési érték számolása
* Egytagú kifejezések számmal való szorzása
* Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
* Két tagból közös számtényező kiemelése
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel

### Fogalmak

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

### **Javasolt tevékenységek**

* Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
* Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása
* Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
* „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása
* Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

Témakör: **Szöveges feladatok**

Javasolt óraszám: **22 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
* Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
* Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
* Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
* Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

### Fogalmak

ellenőrzés

### **Javasolt tevékenységek**

* Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
* Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;  
  A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;  
  Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

Témakör: **A függvény fogalmának előkészítése**

Javasolt óraszám: **12 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
* értéktáblázatok adatait grafikusan ábrázolja;
* egyszerű grafikonokat jellemez.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
* Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
* Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
* Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
* Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
* Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

### Fogalmak

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

### **Javasolt tevékenységek**

* A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
* Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
* A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
* Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
* Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
* Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

Témakör: **Síkbeli alakzatok**

Javasolt óraszám: **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
* ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
* ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
* a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
* meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
* ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
* ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Háromszögek külső szögeinek összege
* Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
* A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
* Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
* Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
* Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

### Fogalmak

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

### **Javasolt tevékenységek**

* Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
* Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
* Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
* „Rontó” játék speciális négyszögekkel
* Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
* Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
* Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
* Derékszög kijelölése csomós kötéllel
* Pitagoraszi számhármasok keresése
* Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren
* „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

Témakör: **Transzformációk, szerkesztések**

Javasolt óraszám: **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
* geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
* felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
* ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
* Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
* Alakzatok középpontos tükörképének megszerkesztése
* Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
* Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
* Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
* Dinamikus geometriai szoftver használata

### Fogalmak

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

### **Javasolt tevékenységek**

* Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180°-kal; tulajdonságok megfigyelése
* Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
* Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
* Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
* Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
* Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

Témakör: **Térgeometria**

Javasolt óraszám: **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
* testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
* ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
* egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
* ismeri a gömb tulajdonságait;
* a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
* Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
* Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
* Testek hálójának készítése
* A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
* A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
* Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

### Fogalmak

hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

### **Javasolt tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
* Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
* Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
* Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
* A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján
* Földgömb bemutatása matematikai szempontból  
  Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
* Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
* Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

Témakör: **Leíró statisztika**

Javasolt óraszám: **12 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
* adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
* különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
* megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
* konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
* Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
* Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
* Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
* Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
* Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
* Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
* Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

### Fogalmak

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

### **Javasolt tevékenységek**

* Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
* Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
* Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

Témakör: **Valószínűség-számítás**

Javasolt óraszám: **12 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
* valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
* ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
* Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
* Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
* A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

### Fogalmak

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

### **Javasolt tevékenységek**

* Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
* Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
* Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára
* Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
* Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
* 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
* „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít  
  „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről